

О ВОЗБУЖДЕНИИ КОЛЕБАНИЙ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ ПРИ ПОМОЩИ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ИЗМЕНЕНИЯ ЕМКОСТИ

(Предварительное сообщение)

Л. И. Мандельштам и Н. Д. Папалекси

Явление возбуждения колебаний при помощи периодического изменения параметров колебательной системы известно в физике уже давно. Еще в 1860 г. Мельде [1] показал, что, изменяя периодически натяжение струны, можно возбудить в ней поперечные колебания с частотой в два раза меньшей частоты изменения натяжения. В самом простом случае теоретическая трактовка явления возникновения таких „параметрических“ колебаний приводит к линейному дифференциальному уравнению с периодическими коэффициентами. Уравнения этого рода встречаются также и в целом ряде других физических проблем. С математической стороны они детально исследованы.

К такому же уравнению приводит и разбор электрической колебательной системы с периодически изменяемой емкостью или самоиндукцией. Еще лорд Рейлей [2] указал на то обстоятельство, что при периодическом изменении самоиндукции колебательной системы с периодом, равным половине собственного периода этой системы, в ней должны возникнуть колебания. Однако, насколько нам известно, в литературе до недавнего времени не было указаний на экспериментальное осуществление генератора на таком принципе. В последние годы появились две работы [3 и 4] в которых описано получение колебаний при помощи периодического изменения самоиндукции. Генератор электрических колебаний с периодически изменяемой самоиндукцией был осуществлен и нами в ЛЭФИ в начале 1931 г., о чем было доложено нами [5 и 6] в том же году на Колебательной конференции в Москве. Однако по патентным соображениям мы не имели возможности опубликовать до сих пор результаты наших опытов.

Осуществление генератора в наших опытах отличается от установок Гюнтера-Винтера и Ватанабе. Кроме того указанные выше авторы ограничиваются ссылкой на линейное дифференциальное уравнение с периодическими коэффициентами, которое дает, конечно, только условия возникновения колебаний и не может дать ничего относительно установления амплитуды. Между тем этот вопрос является таким же основным, как и первый. Мы поэтому предполагаем в ближайшее время сообщить с одной стороны полученный нами экспериментальный материал, касающийся параметрического генератора с периодически изменяющейся самоиндукцией, и с другой стороны дать приближенную теорию всего процесса как для случая периодически изменяющейся самоиндукции, так и для емкости, — теорию, которая, конечно, возможна только, если исходить из нелинейного уравнения.

В настоящей заметке мы хотели бы, однако, предварительно сообщить результаты опытов получения параметрических колебаний при помощи периодического изменения емкости. Этот случай, насколько нам известно, еще не был до сих пор осуществлен. В том, что в колебательном контуре с периодически изменяемой емкостью должны при соответствующих соотношениях возникнуть колебания, легко убедиться из следующих простых рассуждений. Аналогичные рассуждения применимы, конечно и в случае изменения самоиндукции.

Предположим, что в какой-нибудь начальный момент $t = 0$, когда на конденсаторе имеется случайный заряд q , а ток равен нулю, мы уменьшим несколько (на ΔC) емкость конденсатора C . При этом мы совершим работу $\frac{\Delta C}{2C} q^2$. Предоставим затем конденсатору

разряжаться и через промежуток времени, равный $\frac{1}{4}$ периода ($T/4$) собственных колебаний системы, когда вся энергия перейдет в магнитную и заряд на обкладках конденсатора будет равен нулю, вернемся снова к начальному значению емкости. Это возможно сделать, не совершая никакой работы. Еще через $\frac{1}{4}$ периода ток в контуре снова будет равен нулю, а конденсатор перезарядится до напряжения, которое будет больше или меньше начального в зависимости от того, будет ли вложенная при уменьшении емкости в систему энергия больше или меньше потерь в ней. Таким образом через $\frac{1}{2}$ периода

собственных колебаний системы цикл изменения емкости закончен, и мы можем повторить его снова. При дальнейшем повторении процесса колебания в системе будут непрерывно возрастать, как бы мал ни был начальный случайный заряд, если только будет выполнено следующее условие:

$$\frac{\Delta C}{2C^2} q^2 > \frac{1}{2} R^2 \frac{\pi}{\omega}$$

или

$$m > \frac{\varepsilon}{2}, \quad (1)$$

где

$$\varepsilon = \frac{\pi R}{L\omega}$$

есть средний логарифмический декремент системы, а

$$m = \frac{\Delta C}{2C} \varepsilon = \frac{C_{\max} - C_{\min}}{C_{\max} + C_{\min}} \quad (2)$$

относительная величина изменения емкости — так называемая „глубина модуляции“ параметра.

При синусоидальном (а не скачкообразном, как выше) изменении емкости условие (1) принимает вид

$$m > \frac{2}{\pi} \varepsilon \quad (3)$$

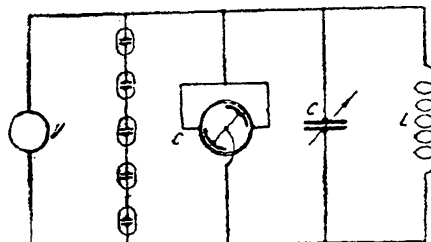


Рис. 1.

Таким образом, изменяя периодически (например механическим путем) емкость колебательной системы, в которой отсутствуют какие-либо источники тока или напряжения, с частотой в два раза большей собственной частоты системы, мы можем возбудить в ней колебания, не воздействуя на нее никакой электродвижущей силой.

Эффект возбуждения электрических колебаний в системе, не содержащей в себе каких-либо источников тока или напряжения, путем периодического (механического) изменения ее емкости, был нами получен в следующей установке, изображенной схематически на рис. 1. Как видно из чертежа, колебательная система образована конденсатором периодически изменяемой емкости (C) с параллельно к нему подключенным масляным конденсатором настройки (c) и самоиндукцией (L), состоящей из нескольких секций вторичной обмотки индуктора, но без железного сердечника. Конденсатор с периодически изменяемой емкостью состоял из двух систем обкладок: неподвижной (статор) и подвижной (ротор) (рис. 2). Первую систему составляли 26 неподвижных квадратных алюминиевых пластинок, снабженных каждая 14-ю симметрично расположенными радиальными вырезами, а вторая (ротор) была образована 25-ю круглыми (диаметр — 30 см) алюминиевыми пластинами с аналогичными вырезами. Подвижная система была насажена на ось мотора постоянного тока, дающего до 4000 об/мин. При вращении мотора со скоростью n об/сек емкость колебательной системы периодически изменялась с частотой равной $14n$ /сек.

Для суждения о возникновении колебаний, а также их интенсивности, параллельно конденсатору были подключены цепочка из 5 неоновых лампочек (на 220 В) и статический вольтметр ф. Гартман и Браун на 1200 В. Неоновые лампочки служили одновременно для ограничения нарастания колебаний в случае их возникновения.

Опыты, произведенные нами при активном участии В. А. Лазарева в этой установке, показали следующее. При определенной скорости вращения подвижной системы конденсатора C в некоторой области настройки колебательной системы, приблизительно совпадающей с ее настройкой на половинную частоту изменения емкости, вольтметр дает отклонение, и неоновые лампочки загораются. Проверка частоты возникших колебаний сравнением на слух с эталоном частоты (камптон) показала, что эта частота, равная

половине частоты изменения емкости, т. е. $7n$ (n —число оборотов мотора проверялось по тахометру), остается неизменной при изменении настройки во всей области возбуждения и следует за изменением числа оборотов мотора.

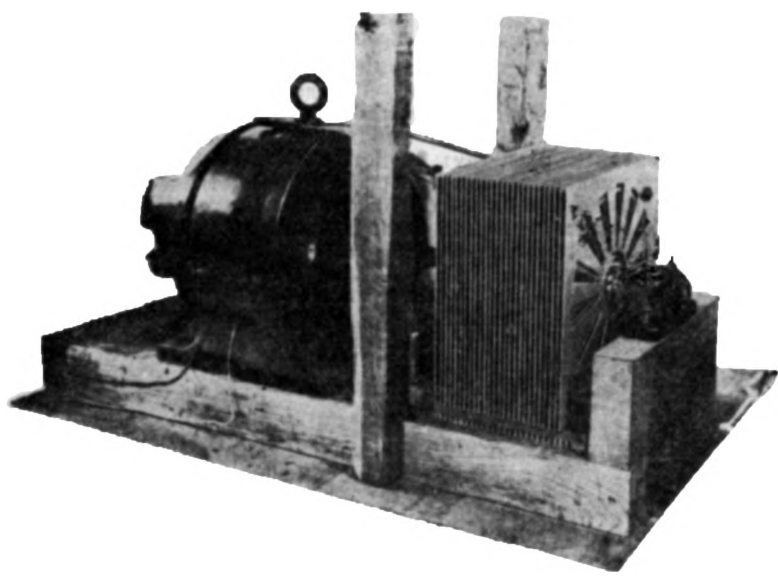


Рис. 2.

Так как исследованная нами колебательная система в отсутствии неоновых лампочек является существенно линейной, то ее поведение описывается линейным дифференциальным уравнением с периодическими коэффициентами, которое, как известно, не дает внутри нестабильных областей стационарных решений. Поэтому следовало ожидать, что при отключении неоновых лампочек возникшие в системе колебания будут непрерывно нарастать до тех пор, пока не пробьется изоляция. Опыты действительно показали, что напряжения на конденсаторе, которые при наличии неоновых лампочек достигали 600—700 В и были устойчивы, в отсутствии лампочек не устанавливались, а продолжали нарастать до тех пор (до 2000—3000 В), пока не проскакивали искры между обкладками конденсатора. Интересно отметить, что, в согласии с теорией, частота искры по мере расстройки колебательной системы (в обе стороны от настройки на половинную частоту изменения емкости) постепенно уменьшалась соответственно уменьшению скорости нарастания колебаний при приближении к границам области возбуждения (нестабильной области соответствующего линейного дифференциального уравнения с периодическими коэффициентами).

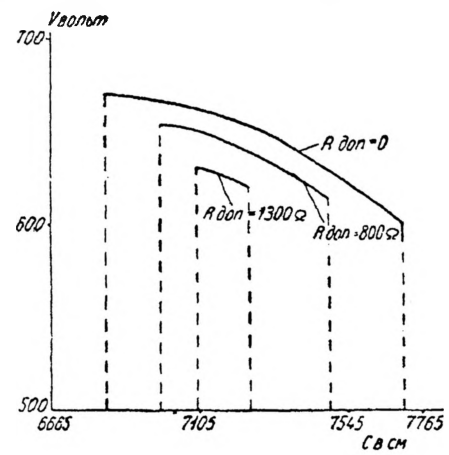


Рис. 3.

Для более полного суждения о произведенных опытах приводим следующие данные:

Самоиндукция колебательной системы равнялась	16,6 генри
Максимальная емкость вращающегося конденсатора	6020 см
Минимальная емкость	3480 см
Величина дополнительной емкости при резонансе	$C = 2500$ см

Глубина модуляции параметра:

$$m = \frac{C_{\max} - C_{\min}}{2c + C_{\max} + C_{\min}} = 0,175.$$

Число оборотов мотора равнялось $n = \frac{3740}{60} = 62,33$ об/сек.

Измеренная на слух сравнением с камертоном частота параметрически возбужденных колебаний равнялась 435 кол/сек., что вполне совпадает (в пределах точности измерений) с частотой, вычисленной по формуле: $N = 7n = 436,3$.

Общий характер зависимости между амплитудой колебаний (напряженне на конденсаторе), расстройкой и затуханием системы представлен на рис. 3. Здесь видно, как с увеличением затухания системы уменьшается ширина области параметрического возбуждения. Для сравнения в табл. 1 приведены с одной стороны полученные из опыта величины интервала параметрического возбуждения для различных значений декремента затухания системы ϵ и с другой стороны вычисленные по теоретической формуле для синусоидального изменения параметра

$$\frac{C_2 - C_1}{C} = \sqrt{m^2 - \frac{4\epsilon^2}{\pi^2}}$$

величины этих интервалов для тех же значений ϵ .

ТАБЛИЦА I

Дополнительное сопротивление в контуре R в Ω	Затухание контура ϵ	Относительная величина интервала возбуждения $\frac{C_2 - C_1}{C_1}$	
		вычисленная по ф-ле (4)	полученная из опыта
0	0,181	0,136	0,120
800	0,233	0,033	0,066
1300	0,269	0,039	0,022
1400	0,275	0,000	0,000

Как видно из этой таблицы, совпадение между этими величинами вполне удовлетворительное, если принять во внимание, что опыты имели главным образом качественный характер.

Ленинград

Поступило в Редакцию
10 июля 1933 г.

Список литературы

1. Melde, Pogg. Annalen Bd 109, 5, 192 (1859); Bd 111 S. 573 (1860).
2. Rayleigh Phil. Mag. 1883. April, стр. 229; H. Poincaré, L'éclairage électrique, v. 50, p. 299 (1907).
3. H. Winter-Günter, Ztschr. für Hochfr. Bd 37, S 172 (1931).
4. Y. Watannabe, T. Saito and Y. Kaito, Journ. of the Inst. of El. Eng. of Japan № 536, v. 53, March. p. 21 (1933).
5. Л. П. Мандельштам, Усп. Физ. Наук, т. XIII, вып. 2, стр. 162.
6. Н. Д. Папалекси. Сб. трудов I Колеб. конференции, ноябрь 1931 (в печати).